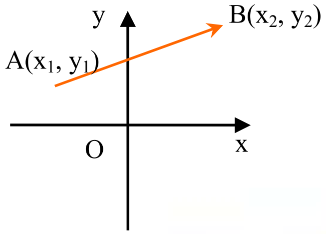
Αν A= (x_1,y_1), B = (x_2,y_2) και M το μέσο του AB, τότε:



Συντεταγμένες διανύσματος $\vec{AB}=(x_2-x_1,\ y_2-y_1)$

Συντεταγμένες μέσου $M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

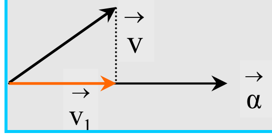
Απόσταση σημείων $(AB)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Εσωτερικό γινόμενο

$\vec{α}\,\vec{β}=|\vec{α}||\vec{β}|συν(\vec{α},\vec{β})$, αν $\vec{α}\neq\vec{0},\ \vec{β}\neq\vec{0}$ και $\vec{α}\,\vec{β}=0$, αν $\vec{α}=\vec{0}$ ή $\vec{β}=\vec{0}$

Ιδιότητες εσωτερικού γινομένου

- $\vec{α}\,\vec{β}=\vec{β}\,\vec{α}$
- $\vec{α}^2=\vec{α}\,\vec{α}=|\vec{α}|^2$
- $\vec{α}(\vec{β}\pm\vec{γ})=\vec{α}\,\vec{β}\pm\vec{α}\,\vec{γ}$
- $\vec{α}\,\vec{β}=|\vec{α}||\vec{β}|\Leftrightarrow\vec{α}\uparrow\uparrow\vec{β}$
- $\vec{α}\,\vec{β}=0\Leftrightarrow\vec{α}\perp\vec{β}$
- $λ(\vec{α}\,\vec{β})=(λ\vec{α})\vec{β}=\vec{α}(λ\vec{β})$
- $(\vec{α}\pm\vec{β})^2=\vec{α}^2\pm2\vec{α}\,\vec{β}+\vec{β}^2$
- $(\vec{α}+\vec{β})(\vec{α}-\vec{β})=\vec{α}^2-\vec{β}^2$
- $\vec{α}\,\vec{β}=-|\vec{α}||\vec{β}|\Leftrightarrow\vec{α}\uparrow\downarrow\vec{β}$
- $λ_1λ_2=-1\Leftrightarrow\vec{α}\perp\vec{β}$



$\vec{α}\,\vec{v}=\vec{α}\,προβ_{\vec{α}}\vec{v}=\vec{α}\,\vec{v}_1$,

$\vec{v}_1\ //\ \vec{α}$ άρα $\vec{v}_1=λ\vec{α}$

☺ Αν $\vec{α}=(x_1,y_1)$, $\vec{β}=(x_2,y_2)$ τότε: $\vec{α}\,\vec{β}=x_1x_2+y_1y_2$

☺ $συν(\vec{α},\vec{β})=\dfrac{\vec{α}\,\vec{β}}{|\vec{α}||\vec{β}|}=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$

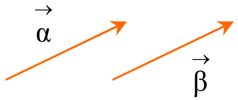
Δεν ισχύουν οι ιδιότητες

$\vec{α}(\vec{β}\,\vec{γ})=(\vec{α}\,\vec{β})\vec{γ}$ $\qquad(\vec{α}\,\vec{β})^2=\vec{α}^2\vec{β}^2$ $\qquad\vec{α}\,\vec{β}=\vec{α}\,\vec{γ}\Rightarrow\vec{β}=\vec{γ}$

Φροντιστήρια Μέσης Εκπαίδευσης
Επί 1 Ελληνίδων 23 και Ζησιμοπούλου Τηλ. 210 94 23 838
Επί 2 Ναϊάδων 49 και Αγ. Αλεξάνδρου Τηλ. 210 9832496

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Ισότητα διανυσμάτων

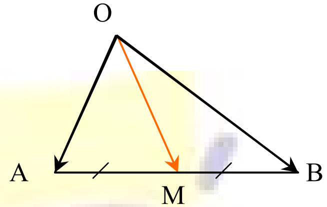


$\vec{α}=\vec{β}\Leftrightarrow(\vec{α}\uparrow\uparrow\vec{β}$ και $|\vec{α}|=|\vec{β}|)$

Μέτρο αθροίσματος $\big||\vec{α}|-|\vec{β}|\big|\leq|\vec{α}+\vec{β}|\leq|\vec{α}|+|\vec{β}|$

Διάνυσμα θέσεως $\vec{OB}-\vec{OA}=\vec{AB}$

Διανυσματική ακτίνα μέσου $2\vec{OM}=\vec{OA}+\vec{OB}$



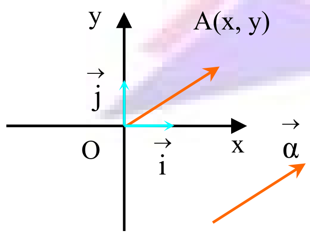
Γινόμενο πραγματικού επί διάνυσμα

☺ $λ\vec{α}\uparrow\uparrow\vec{α}$, αν $λ>0$ και $λ\vec{α}\uparrow\downarrow\vec{α}$, αν $λ<0$

$|λ\vec{α}|=|λ||\vec{α}|$

☺ $\vec{α}=λ\vec{β}\Leftrightarrow\vec{α}\ //\ \vec{β},\ \vec{β}\neq\vec{0}$

Συντεταγμένες διανύσματος



☺ Αν $\vec{α}=\vec{OA}=x\vec{i}+y\vec{j}$, τότε: $\vec{α}=(x,y)$

$\vec{α}\ //x'x\Leftrightarrow\vec{α}=(x,0)$ $\qquad\vec{α}\ //y'y\Leftrightarrow\vec{α}=(0,y)$

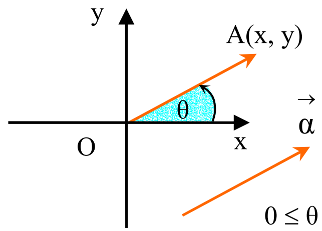
☺ Αν $\vec{α}=(x_1,y_1)$, $\vec{β}=(x_2,y_2)$ τότε:

$\vec{α}=\vec{β}\Leftrightarrow(x_1=x_2$ και $y_1=y_2)$

$λ\vec{α}=(λx_1,λy_1)$ $\qquad\vec{α}+\vec{β}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$ $\qquad λ\vec{α}+μ\vec{β}=(λx_1+μx_2,λy_1+μy_2)$

$|\vec{α}|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$ $\qquad\vec{α}\ //\ \vec{β}\Leftrightarrow det(\vec{α},\vec{β})=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x_1&y_1\\x_2&y_2\end{vmatrix}=0$

Συντελεστής διευθύνσεως διανύσματος



$0\leq θ<2π$

☺ $\vec{α}=(x,y)$, $x\neq0$ τότε: $λ=\dfrac{y}{x}=εφθ$

☺ $\vec{α}\ //\ x'x\Leftrightarrow λ=0$ $\qquad\vec{α}\ //\ y'y$, δεν ορίζεται λ

☺ $\vec{α}\ //\ \vec{β}\Leftrightarrow λ_1=λ_2$