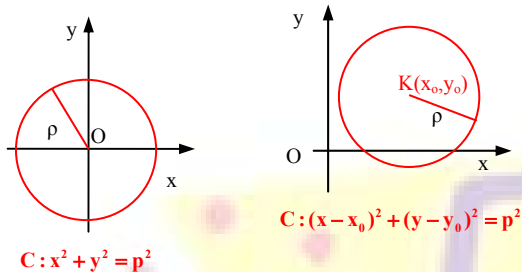


### Κύκλος

**Ορισμός** Έστω ένα σημείο  $K$  και  $\rho \in \mathbb{R}$ . **Κύκλος  $C$  με κέντρο  $K$  και ακτίνα  $\rho$**  λέγεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M$  του επιπέδου, τα οποία απέχουν από το  $K$  απόσταση  $\rho$ .  
 Δηλαδή  $M \in C \Leftrightarrow (KM) = \rho$ .

### Προτάσεις



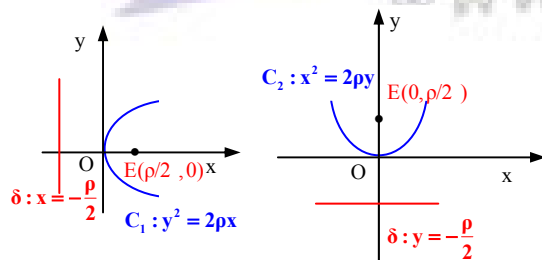
- ◆ Κάθε κύκλος  $C$ , έχει εξίσωση της μορφής  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ .
- ◆ Η  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ , παριστάνει κύκλο  $K(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$  και  $\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2}$

- ◆ Η εξίσωση της εφαπτομένης του  $C$  με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

### Παραβολή

**Ορισμός** Έστω μία σταθερή ευθεία  $\delta$  και ένα σταθερό σημείο  $E$ , εκτός της  $\delta$ .  
**Παραβολή  $C$  με διευθετούσα  $\delta$  και εστία  $E$** , λέγεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M$  του επιπέδου, τα οποία ισαπέχουν από την  $\delta$  και το  $E$ .  
 Δηλαδή  $M \in C \Leftrightarrow d(M, \delta) = (ME)$ .

### Προτάσεις



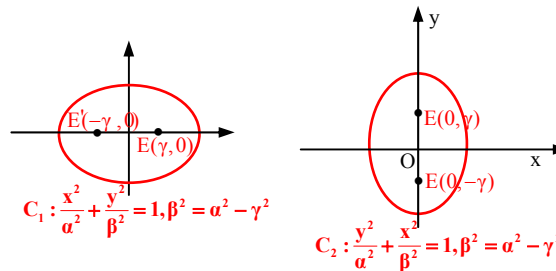
- ◆ Η κάθετη στην εφαπτομένη μίας παραβολής στο σημείο επαφής  $A$  διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν η ημιευθεία  $AE$  και η ημιευθεία  $At$ , που είναι ομόρροπη της  $OE$ .  
**(Ανακλαστική ιδιότητα)**

- ◆ Η εξίσωση της εφαπτομένης του  $C_1$ , στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $yy_1 = \rho(x + x_1)$ .
- ◆ Η εξίσωση της εφαπτομένης του  $C_2$ , στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $xx_1 = \rho(y + y_1)$ .

### Έλλειψη

**Ορισμός** Έστω δύο σταθερά σημεία  $E', E$ .  
**Έλλειψη  $C$  με εστίες  $E', E$** , λέγεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M$  του επιπέδου των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από τα  $E', E$  είναι σταθερό και μεγαλύτερο της απόστασης  $(E'E)$ .  
 Συμβολίζουμε το σταθερό άθροισμα με  $2a$  και  $(E'E) = 2\gamma$ .  
 Δηλαδή  $M \in C \Leftrightarrow (ME') + (ME) = 2a$

### Προτάσεις



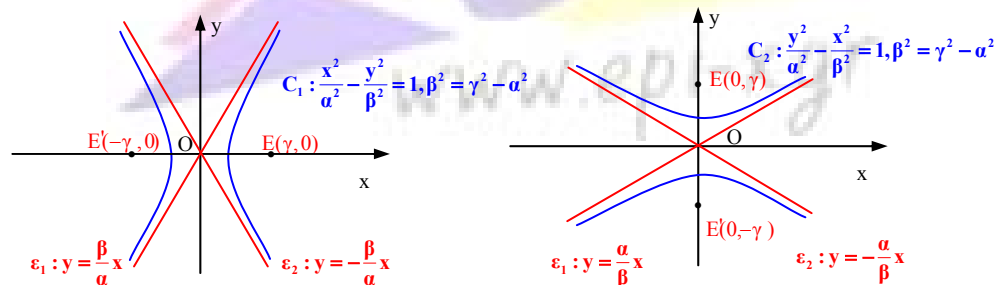
- ◆ Αν  $a^2 > b^2$  τότε η έλλειψη έχει τις εστίες στον  $\chi\chi'$ , ενώ αν  $a^2 < b^2$  έχει τις εστίες στον  $\psi\psi'$ .
- ◆ Εκκεντρότητα  $\epsilon = \frac{\gamma}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1$
- ◆ Η κάθετη στην εφαπτομένη μίας έλλειψης στο σημείο επαφής  $A$  διχοτομεί τη γωνία  $E'AE$ , όπου  $E', E$  οι εστίες. **(Ανακλαστική ιδιότητα)**

- ◆ Η εξίσωση της εφαπτομένης του  $C_1$ , στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$ .
- ◆ Η εξίσωση της εφαπτομένης του  $C_2$ , στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $\frac{yy_1}{a^2} + \frac{xx_1}{b^2} = 1$ .

### Υπερβολή

**Ορισμός** Έστω δύο σταθερά σημεία  $E', E$ .  
**Υπερβολή  $C$  με εστίες  $E', E$** , λέγεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M$  του επιπέδου των οποίων η απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων από τα  $E', E$  είναι σταθερή και μικρότερη της απόστασης  $(E'E)$ . Συμβολίζουμε την σταθερή διαφορά με  $2a$  και  $(E'E) = 2\gamma$ .  
 Δηλαδή  $M \in C \Leftrightarrow |(ME') - (ME)| = 2a$

### Προτάσεις



- ◆ Η εξίσωση της εφαπτομένης  $\epsilon$  του  $C_1$ , στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$ .
- ◆ Η εξίσωση της εφαπτομένης  $\epsilon$  του  $C_2$ , στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  είναι  $\frac{yy_1}{a^2} - \frac{xx_1}{b^2} = 1$ .

- ◆ Εκκεντρότητα  $\epsilon = \frac{\gamma}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} > 1$
- ◆ Αν  $a = b$ , τότε  $C: x^2 - y^2 = a^2$  (ισοσκελής υπερβολή) με  $\epsilon = \sqrt{2}$
- ◆ Η κάθετη στην εφαπτομένη μίας υπερβολής στο σημείο επαφής  $A$  διχοτομεί τη γωνία  $E'AE$ , όπου  $E', E$  είναι οι εστίες. **(Ανακλαστική ιδιότητα)**
- ◆ Μνημονικός κανόνας για τις ασύμπτωτες υπερβολής (παραγοντοποίηση πρώτου μέλους)