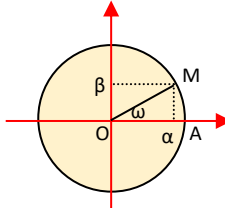


Τυπολόγιο Τριγωνομετρίας



Ακτίνα 1.
ΟΑ η αρχική πλευρά όλων των γωνιών.
Αν ΟΜ η τελική πλευρά της τυχαίας γωνίας ω, τότε:

συνω = Τετμημένη Μ = α
ημω = Τεταγμένη Μ = β.

Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνιών

ω	0°	30° π/6	45° π/4	60° π/3	90° π/2
ημω	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
συνω	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
εφω	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-
σφω	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Τριγωνομετρικές ταυτότητες

$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$	$\epsilon\phi\omega \sigma\phi\omega = 1$
$\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$	$\sigma\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$
$\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{1}{1 + \epsilon\phi^2\omega}$	$-1 \leq \eta\mu\omega \leq 1$ $-1 \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$
συν(2κπ + ω) = συνω, κ ∈ Ζ Αντίστοιχα για ημ, εφ, σφ.	

Σχέσεις μεταξύ γωνιών

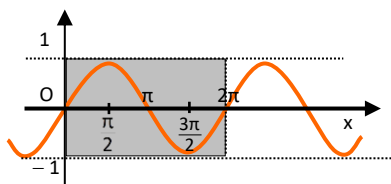
Αντίθετες	Άθροισμα π	Διαφορά π	Άθροισμα π/2
$\eta\mu(-x) = -\eta\mu x$	$\eta\mu(\pi-x) = \eta\mu x$	$\eta\mu(\pi+x) = -\eta\mu x$	$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sigma\upsilon\nu x$
$\sigma\upsilon\nu(-x) = \sigma\upsilon\nu x$	$\sigma\upsilon\nu(\pi-x) = -\sigma\upsilon\nu x$	$\sigma\upsilon\nu(\pi+x) = -\sigma\upsilon\nu x$	$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \eta\mu x$
$\epsilon\phi(-x) = -\epsilon\phi x$	$\epsilon\phi(\pi-x) = -\epsilon\phi x$	$\epsilon\phi(\pi+x) = \epsilon\phi x$	$\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sigma\phi x$
$\sigma\phi(-x) = -\sigma\phi x$	$\sigma\phi(\pi-x) = -\sigma\phi x$	$\sigma\phi(\pi+x) = \sigma\phi x$	$\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \epsilon\phi x$

Τριγωνομετρικές εξισώσεις	Βασικές Τριγωνομετρικές εξισώσεις
$\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \theta \\ \text{ή} & k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \pi - \theta \end{cases}$	$\eta\mu x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$
$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \theta \\ \text{ή} & k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi - \theta \end{cases}$	$\sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta \Leftrightarrow x = k\pi + \theta \quad k \in \mathbb{Z}$	

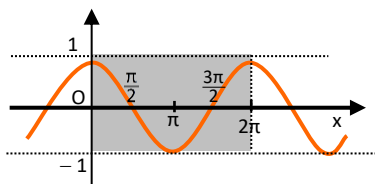
Τριγωνομετρικές ταυτότητες	
$\eta\mu(\alpha + \beta) = \eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\beta \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$	$\eta\mu(\alpha - \beta) = \eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\beta \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$
$\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta$	$\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta$
$\epsilon\phi(\alpha + \beta) = \frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 - \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta}$	$\sigma\phi(\alpha + \beta) = \frac{\sigma\phi\alpha \cdot \sigma\phi\beta - 1}{\sigma\phi\alpha + \sigma\phi\beta}$
$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$	$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1 = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$
$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$	$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

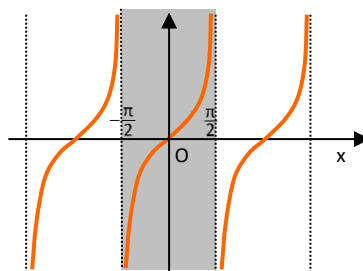
$f(x) = \eta\mu x, x \in \mathbb{R}$. Περίοδος 2π .



$f(x) = \sigma\upsilon\nu x, x \in \mathbb{R}$. Περίοδος 2π .



$f(x) = \epsilon\phi x, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$. Περίοδος π .



Επιμέλεια: Χρήστος Λαζαρίδης